## Fiche méthode : changements de base de numération

### I./ Comment convertir un nombre décimal (base10) en base $b \neq 10$ ?

- On divise le nombre à convertir par le nombre $b$, en faisant une division euclidienne, c'est-à-dire une division avec quotient et reste.
- On prend le quotient de la division précédente et on le divise à nouveau par $b$.
- On continue à faire des divisions jusqu'à ce que le quotient trouvé soit égal à 0.
- Les restes des divisions successives, pris dans l'ordre inverse, donnent le nombre de départ écrit dans la base $b$.
- Remarque : si $b$ > 10, il faut plus de dix symboles pour écrire le nombre dans la base $b$. En plus des dix chiffres de 0 à 9, on introduit les lettres de l'alphabet en commençant par A. Un reste de 10 sera donc symbolisé par la lettre A, un reste de 11 par la lettre B, etc.

*Exemple :* Soit $(45678)_{10}$ à convertir en base 16 :

45678 ÷ 16 = 2854 et il reste 14.
2854 ÷ 16 = 178 et il reste 6.
178 ÷ 16 = 11 et il reste 2.
11 ÷ 16 = 0 et il reste 11.

Le quotient de la division étant nul, on arrête et on relève les restes dans l'ordre inverse : 11, 2, 6 et 14. Le 11 sera symbolisé par B, le 14 par E. On a donc :

$$\mathbf{(45678)_{10} = (B26E)_{16}}$$

### II./ Comment convertir un nombre écrit en base $b \neq 10$ en décimal ?

- On considère les chiffres du nombre écrit en base $b$, et on les numérote de la façon suivante, en partant de la droite et en commençant par 0 : $C_nC_{n-1}...C_2C_1C_0$. Par exemple, pour le nombre 5678, on a : $C_0$ = 8, $C_1$ = 7, $C_2$ = 6 et $C_3$ = 5.
- On effectue le calcul suivant, en utilisant les puissances successives du nombre b : $N = C_n \times b^n + C_{n-1} \times b^{n-1} + ... + C_2 \times b^2 + C_1 \times b^1 + C_0 \times b^0$. Le nombre $N$ trouvé correspond au résultat de la conversion.
- Remarques : il faut se souvenir que $b^1 = b$ et $b^0 = 1$. De plus, pour les bases $b$ > 10, il faut remplacer les symboles non numériques par leur valeur : A deviendra 10, B deviendra 11, etc.

*Exemple :* Soit $(4321)_7$ à convertir en base 10 :

$C_0$ = 1, $C_1$ = 2, $C_2$ = 3, $C_3$ = 4 et $b$ = 7.

$$N = C_3 \times b^3 + C_2 \times b^2 + C_1 \times b^1 + C_0 \times b^0 = 4 \times 7^3 + 3 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 1 \times 7^0$$

$$N = 4 \times 343 + 3 \times 49 + 2 \times 7 + 1 \times 1 = 1534$$

On a donc :

$$\mathbf{(4321)_7 = (1534)_{10}}$$

### III./ Comment convertir un nombre écrit en base $b_1 \neq 10$ en base $b_2 \neq 10$ ?

Le plus simple est de convertir le nombre de la base $b_1$ à la base 10, puis de la base 10 à la base $b_2$, en se servant des méthodes précédentes.

*Exemple :* Soit $(678)_9$ à convertir en base 5.

$$C_0 = 8,\ C_1 = 7,\ C_2 = 6 \text{ et } b = 9.$$
$$N = C_2 \times b^2 + C_1 \times b^1 + C_0 \times b^0 = 6 \times 9^2 + 7 \times 9^1 + 8 \times 9^0$$
$$N = 6 \times 81 + 7 \times 9 + 8 \times 1 = 557$$

On a donc :

$$\mathbf{(678)_9 = (557)_{10}}$$

557 ÷ 5 = 111 et il reste 2.
111 ÷ 5 = 22 et il reste 1.
22 ÷ 5 = 4 et il reste 2.
4 ÷ 5 = 0 et il reste 4.

Le quotient de la division étant nul, on arrête et on relève les restes dans l'ordre inverse : 4, 2, 1 et 2.

On a donc :

$$\mathbf{(557)_{10} = (4212)_5}$$

Donc : $\mathbf{(678)_9 = (4212)_5}$

## IV./ Comment passer rapidement du binaire à l'hexadécimal et vice-versa ?

Il est intéressant de noter qu'il y a une correspondance directe entre les chiffres de l'écriture hexadécimale (base 16) d'un nombre et les paquets de 4 bits (ou quartets) de son écriture binaire (base 2). Cela permet une conversion très rapide et explique l'utilisation de l'hexadécimal en informatique :

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Dec | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Bin | 0000 | 0001 | 0010 | 0011 | 0100 | 0101 | 0110 | 0111 | 1000 | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 | 1110 | 1111 |
| Hex | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |

*Exemples :*

*1./* Soit $(1111101011011010)_2$ à convertir en base 16 :

On sépare les différents quartets : 1111 1010 1101 1010.
On regarde la correspondance en hexadécimal : F A D A.
On a donc :

$$\mathbf{(1111101011011010)_2 = (FADA)_{16}}$$

*2./* Soit $(BAFFE)_{16}$ à convertir en base 2 :

On regarde la correspondance en binaire des différents chiffres hexadécimaux :
B = 1011, A = 1010, F = 1111, E = 1110.
On a donc :

$$\mathbf{(BAFFE)_{16} = (10111010111111111110)_2}$$